



عددی برای شانس!

شانس و احتمال (۳)

کلیدواژه‌ها: شانس، احتمال تجربی، احتمال ریاضی، بازی‌های عادلانه، حالت‌های ممکن، حالت‌های مطلوب

یادآوری: در مقاله شانس و احتمال ۱ دیدیم که سارا و ستاره بازی‌ای می‌کردند که در آن باید در هر نوبت تاس می‌ریختند، و بحثشان درباره این بود که وقتی بارها و بارها تاس را پرتاب کنند، عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ هرکدام چند بار می‌آیند. امروز ستاره و سارا بحثشان را ادامه می‌دهند. ستاره: «سارا! یادت هست که آن روز که بازی می‌کردیم، گفتم "ممکن است اگر تاس را ۳۰ بار پرتاب کنیم، هر ۳۰ بار ۶ بیاید؟"»

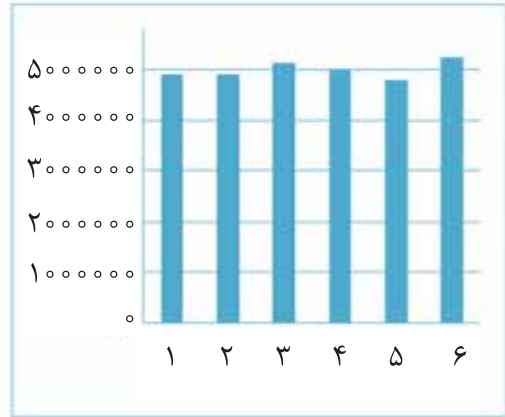
سارا: «بله، حتی یادم هست که به این نتیجه رسیدیم که اگر مثلاً ۳۰ میلیون بار هم تاس را بیندازیم، ممکن است همه پرتاب‌ها ۶ بیایند!»

ستاره: «حالا فرض کن شخصی به ما بگوید که می‌خواهد تاس را ۳۰ میلیون بار بیندازد. او از ما پرسیده است که **انتظار داریم** عددهای روی تاس هر یک چند بار بیایند. در این صورت به او جواب می‌دهیم که»

سارا حرف ستاره را کامل کرد: «جواب می‌دهیم که **انتظار داریم** هر یک از ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ **حدود** ۵ میلیون بار بیاید.» و ستاره نمودار زیر را کشید و گفت: «مثلاً این شکلی.»

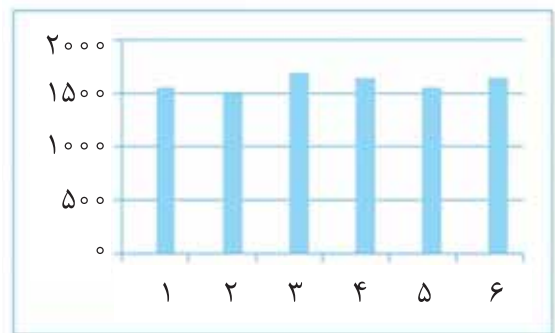


ریاضی‌دان‌ها برای احتمال رخ دادن یک اتفاق مشخص تعیین می‌کنند.» و این صفحه از یادداشت‌های کلاس ریاضی‌اش را به ستاره نشان داد.



ستاره ادامه داد: «البته ممکن است انتظارمان برآورده نشود!»

سارا پرسید: «اگر ۱۰۰۰۰ بار تاس بیندازیم چطور؟» ستاره گفت: «۱۰۰۰۰ هم عدد بزرگی است و اگر ۱۰۰۰۰ بار تاس بیندازیم می‌توانیم انتظار داشته باشیم که هر یک از عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ را حدود $\frac{10000}{6}$ بار ببینیم.» سارا با تعجب گفت: «اما ۱۰۰۰۰ بر ۶ بخش پذیر نیست!» ستاره گفت: «منظورم حدود $\frac{10000}{6}$ بار است. مثلاً این شکلی» و نمودار زیر را کشید:



سارا گفت: «پس انتظار داریم حدود $3 \times \frac{10000}{6}$ بار عدد زوج و حدود $3 \times \frac{10000}{6}$ بار عدد فرد ببینیم.» ستاره گفت: «بله. من هم همین‌طور فکر می‌کنم. حدوداً $\frac{3}{6} \times 10000$ یعنی در تقریباً $\frac{3}{6}$ پرتاب‌ها، عدد زوج و در تقریباً $\frac{3}{6}$ پرتاب‌ها، عدد فرد ببینیم.» سارا گفت: «تازه فهمیدم! این همان عددی است که

$$\frac{\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق}}{\text{تعداد حالات ممکن برای رخ دادن آن}} = \frac{\text{تعداد حالات‌های مطلوب برای رخ دادن آن}}{\text{تعداد حالات‌های ممکن برای رخ دادن آن}}$$

تاس که می‌اندازیم، ۶ حالت ممکن است

پیش بیاید: (●●●●●●)، (●●●●●○)، (●●●●●●)، (●●●●●●)، (●●●●●○)، (●●●●●○)

احتمال آمدن در پرتاب یک تاس $\frac{1}{6}$ است.

همین‌طور احتمال آمدن در پرتاب یک تاس

$\frac{1}{6}$ است.

احتمال آن که در پرتاب یک تاس عددی مضرب

۳ بیاید، برابر $\frac{2}{6}$ است، چون (●●●●●○) و (●●●●●○) تنها حالت‌هایی

هستند که بر ۳ بخش پذیرند، و احتمال آن که در پرتاب

یک تاس عددی مضرب ۳ بیاید برابر $\frac{2}{6}$ است.

چون (●●●●●○)، (●●●●●○)، (●●●●●○) و (●●●●●○) حالت‌هایی هستند که بر ۳

بخش پذیر نیستند.

سارا گفت: «البته همان‌طور که قبلاً صحبتش را کردیم،

ممکن است انتظارمان برآورده نشود!!!»

ستاره گفت: «بیا به این بازی فکر کنیم: تاس می‌اندازیم.

اگر عدد روی تاس مضرب ۳ بود، تو ۱ امتیاز می‌گیری و اگر

مضرب ۳ نبود، من ۱ امتیاز می‌گیرم. آیا حاضری بازی کنی؟»

سارا گفت: «نه، قانون این بازی عادلانه نیست، چون

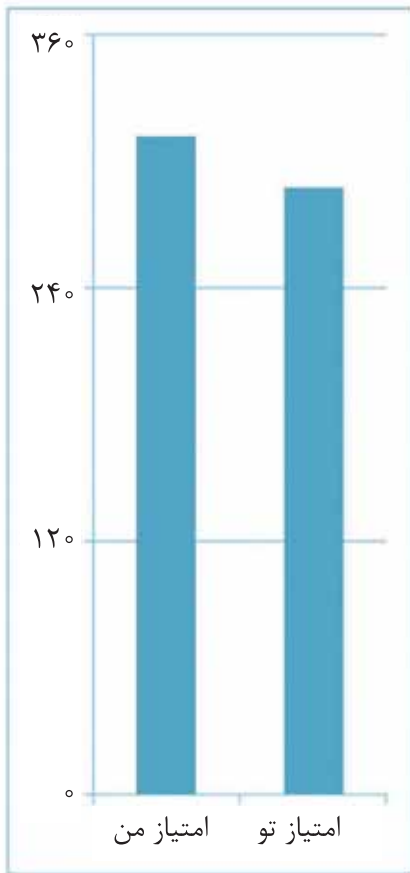
احتمال برد تو $\frac{2}{6}$ است و احتمال برد من $\frac{4}{6}$ است.»

ستاره موافق نبود و گفت: «چرا عادلانه نیست؟! خب

ممکن است بازی کنیم و تو برنده شوی.»

ستاره گفت: «این یکی بازی چطور؟ تاس می‌اندازیم. اگر عدد روی تاس زوج بود، ۶ امتیاز برای من و اگر فرد بود ۶ امتیاز برای تو. آیا این بازی هم عادلانه است؟»

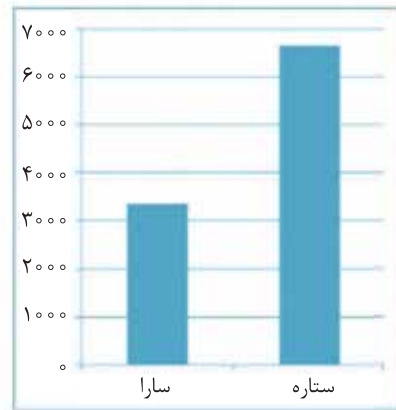
سارا گفت: «به نظرم این هم عادلانه است، تنها فرقی با بازی قبل این است که انتظار داریم هریک از ما تقریباً ۶ برابر قبل امتیاز بگیریم. این جوری» و این نمودار را کشید، که خیلی شبیه نمودار قبلی بود با این تفاوت که ارتفاع ستون‌ها ۶ برابر شده بودند:



سارا و ستاره درباره بازی‌های عادلانه و غیرعادلانه حرف‌های جالب دیگری هم زدند. این حرف‌ها را در شماره بعد خواهید خواند.



سارا گفت: «منظورم این نیست که من هیچ‌وقت برنده نمی‌شوم. اما اگر تعداد خیلی زیاد (مثلاً ۱۰۰۰۰ بار) بازی کنیم، انتظار داریم در تقریباً $\frac{4}{6}$ این ۱۰۰۰۰ بار تو برنده شوی. یعنی قانون بازی طوری است که انتظار داریم در تعداد زیاد بازی، تو بیشتر از من برنده شوی. مثلاً انتظار داریم نمودار امتیاز من و تو، تقریباً این شکلی باشد:



ستاره: «خب، به نظرت این یکی بازی عادلانه است؟ تاس می‌اندازیم اگر عدد روی تاس زوج بود، ۱ امتیاز برای من و اگر فرد بود ۱ امتیاز برای تو.»

سارا گفت: «بله به نظرم عادلانه است، چون احتمال زوج آمدن تاس $\frac{3}{6}$ است که برابر است با همان $\frac{1}{2}$ ، و احتمال فرد آمدن آن هم $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ است و در تعداد خیلی زیادی بار پرتاب تاس انتظار دارم تقریباً در $\frac{1}{2}$ دفعات عددی زوج و تقریباً در $\frac{1}{2}$ دفعات عددی فرد بیاید. مثلاً در ۱۰۰ بار تاس انداختن، انتظار دارم در نمودار امتیازاتمان دو ستون تقریباً هم‌اندازه وجود داشته باشد.»

